

### Esercizio n.11

Una spira quadrata di lato  $L$  ha induttanza trascurabile ed è costituita da un filo conduttore di sezione  $S$  e conducibilità elettrica  $\sigma$ . La spira si trova in mezzo a due lunghi fili rettilinei posti a distanza  $d$  l'uno dall'altro e percorsi da correnti di modulo  $i$  in versi opposti (vedi figura). La spira giace nel piano  $xy$  individuato dai due fili.

Si calcoli

- la mutua induttanza tra i fili e la spira
- la corrente che scorre nella spira in funzione del tempo, supponendo che la corrente nei fili sia  $i = i_o \cos \omega t$

### Soluzione

La mutua induttanza tra i fili e la spira è data dal flusso del campo dei fili ( $\vec{B}_1$  e  $\vec{B}_2$ ) attraverso la spira quadrata diviso per la corrente  $i$ .

Sia  $\vec{B}_1$  che  $\vec{B}_2$  hanno verso uscente dal piano del foglio; i loro flussi attraverso la spira sono uguali e valgono

$$\Phi(\vec{B}_1) = \Phi(\vec{B}_2) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\mu_o i}{2\pi(d/2 - x)} L dx = \frac{\mu_o i L}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d-L}$$

$$M = \frac{\Phi(\vec{B}_1) + \Phi(\vec{B}_2)}{i} = \frac{2 \mu_o i L}{i 2\pi} \ln \frac{d+L}{d-L} = \frac{\mu_o L}{\pi} \ln \frac{d+L}{d-L}$$

Ad un generico istante  $t$ , il flusso concatenato alla spira è

$$\Phi(\vec{B}_1) = \Phi(\vec{B}_2) = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\mu_o i_o}{2\pi(d/2 - x)} \cos(\omega t) L dx = \frac{\mu_o i_o L}{2\pi} \ln \frac{d+L}{d-L} \cos \omega t$$

La f.e.m. indotta nella spira risulta

$$f.e.m. = - \frac{d\Phi(\vec{B}_1 + \vec{B}_2)}{dt} = \frac{\mu_o i_o L \omega}{\pi} \ln \frac{d+L}{d-L} \sin \omega t$$

e la corrente nella spira è di conseguenza

$$i_{spira} = \frac{f.e.m.}{R} = \frac{\sigma S \mu_o i_o L \omega}{4 L \pi} \ln \frac{d+L}{d-L} \sin \omega t = \frac{\sigma S \mu_o i_o \omega}{4 \pi} \ln \frac{d+L}{d-L} \sin \omega t$$

